Geologia, geotècnia i
serveis científico-tènics

- ANNEX DE DOCUMENTACIÓ -

ASSAIGS DE BOMBEIG I RECUPERACIÓ

Direcció: **Valentí TURU i MICHELS**
Carrer Dr. Nequi 4-1º3ª
AD500 Andorra la Vella
Telèfon i fax: 321815 - 820323
E-mail: igeotest@myp.ad
http://www.igeotest.ad

A.4 Introducció al disseny i propietats de les xarxes de flux

A.4.1 L'escolament subterrani i la resolució de les equacions diferencials

La resolució exacta de les equacions diferencials del flux subterrani d'acord amb les condicions inicials i de contorn de cada cas són, en general inabordables, encara en aqüífers homogenis i isòtrops (CUSTODIO i LLAMAS, 1982). Les solucions conegudes es redueixen a casos senzills unidimensionals i bidimensionals i, encara així molts cops s'arriba a formulacions complexes. Quan no és possible obtenir solucions tractables es recorre al càlcul aproximat que es veurà més endavant.

A.4.1.1 Condicions inicials i condicions de contorn

Segons CUSTODIO i LLAMAS (1982, pàg. 492) les principals condicions de contorn a considerar són:

A.4.1.1.1 Condicions de vorera impermeable

Els vectors de velocitat han de ser paral•lels al límit impermeable.

A.4.1.1.2 Condicions de límit amb aigua lliure o medi molt permeable

En aquest cas els vectors velocitat són normals al límit, és a dir que les línies de corrent són perpendiculars al límit.

A.4.1.1.3 Límit de superfície lliure o nivell freàtic

És una superfície límit variable tal que al llarg de la mateixa, la pressió és uniforme i atmosfèrica.

En règim permanent i en absència de recàrrega i/o descàrrega està formada per línies de corrent. En règim variable la superfície lliure canvia i per tant la velocitat presenta una component normal a la mateixa; les línies de corrent són obliqües a la superfície freàtica, a l'igual que en règim permanent amb l'existència de recàrrega i/o descàrrega.

A.4.1.1.4 Superfícies de goteig o surgències

La velocitat de l'aigua en el límit inferior de la superfície de goteig és teòricament infinita. En realitat te un valor límit superior ja que entra en la zona de règim per al que no és vàlida la llei de Darcy.

A.4.1.1.5 Límits entre dos medis

Si es tenen dos medis permeables amb diferents permeabilitats (K_1 i K_2), ha de complir-se que els nivells piezomètrics estiguin iguals a un costat i a l'altre de la superfície frontera i, que l'aigua que entri per un costat ha de ser igual al que surt pel altre, o el que és el mateix, que les velocitats normals han de ser iguals. El resultat és que les línies de corrent són refractades de la següent forma:

$$K_1/K_2 = \mathrm{Tg}\ \theta_1/\mathrm{Tg}\ \theta_2$$

On θ_1 i θ_2 són respectivament els angles d'inclinació de la línia de corrent amb la normal a la superfície frontera.

A.4.1.2 Propietats i construcció de les xarxes de flux

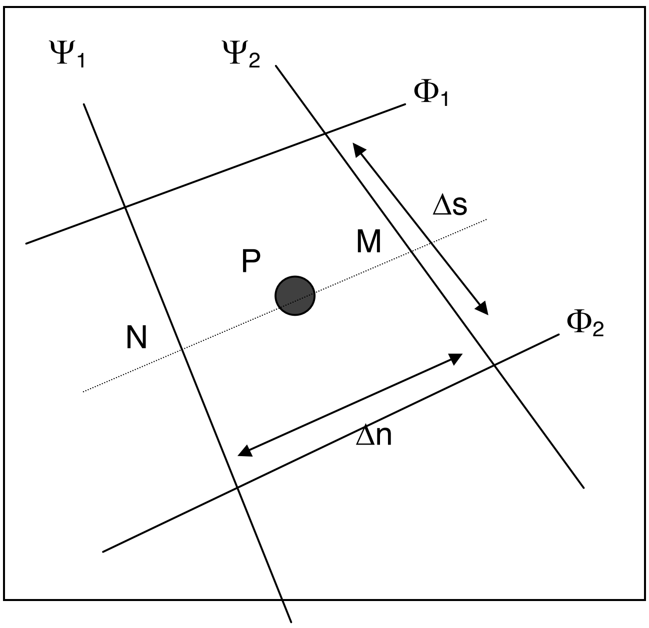
Les xarxes de flux és una eina molt útil del càlcul numèric aproximat. Aquestes es basen en les hipòtesis simplificatives de Dupuit-Forchheimer suposen que:

1) En qualsevol lloc la velocitat és horitzontal, o sigui que les superfícies equipotecials són plans verticals.

2) Es suposa que el gradient al llarg d'una vertical és constant i igual a la pendent del nivell lliure de l'aigua.

Quan els vectors velocitat a efectes pràctics, són paral•lels a un pla horitzontal o vertical, es possible reduir el número de variables a 2 respecte al cas tridimensional i resulta factible la solució analítica.

El conjunt ortogonal de línies de corrent i línies equipotencials forma una xarxa plana de flux o simplement xarxa de flux. És precís recordar que les equipotencials són les corbes Φ = cte. i les línies de corrent Ψ = cte. i que en un medi homogeni i isòtrop en règim permanent formen una xarxa ortogonal. Si aquestes línies es dibuixen amb intervals constants, el flux entre dos línies de corrent contigües és el mateix.



La malla de la present figura representa una xarxa de flux. La velocitat del flux aproximada del punt P bé donat per l’expressió:

$$Vp = \frac{\Delta\Phi}{\Delta s} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta s}$$

i també per:

$$Vp = \frac{\Delta\Psi}{\Delta n} = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\Delta n}$$

El flux que passa entre MN ve donat per:

$$\Delta q = Vp\ \Delta n = \Delta n/\Delta s\ (\Phi_2 - \Phi_1) = \Psi_2 - \Psi_1 \qquad (1)$$

Les expressions anteriors són tant més certes com més apretada és la xarxa, o sigui quan menors són els increments.

La regla més comú de construcció de xarxes de flux es basa en formar quadrats curvilinis, o sigui malles per les que $\Delta n/\Delta s = 1$, ja que facilita molt el traçat. Les xarxes que compleixen aquesta condició s’anomenen xarxes quadràtiques i van ser introduïdes per Prásil al 1913, Forchheimer al 1930 i Casagrande al 1937 el va perfeccionar. El procediment de traçat és per aproximacions successives i solament precisa de paper i llapis, goma, experiència i paciència (CUSTODIO i LLAMAS, 1982). Ha de tenir-se en compte que en les proximitats dels punts singulars, els quadrats es deformen molt i poden tenir quadrats de tres costats o més de quatre arestes.

Segons HARR (1962), el traçat de la xarxa de flux inclou els següents passos:

1) Dibuixar els límits del domini de flux a escala de forma que totes les línies equipotencials i de corrent que es dibuixin poden acabar sobre aquests límits.

2) Traçar tentativament tres o quatre línies de corrent, recordant que són solament unes poques de l’infinit número de corbes que poden proporcionar una transició suau entre les línies de corrent limitants del problema. Com ajut en l’establiment de la separació d’aquestes línies, es deu tenir en compte que la distància entre línies de corrent adjacents s’incrementa en la direcció de major radi de corbatura.

3) Traçar tentativament les línies equipotencials, tenint en compte que han de tallar a totes les línies de corrent, incloent a les limitants, formant angles

rectes i que han de formar-se quadrats excepte en les proximitats de punts singulars.

4) Ajustar la posició de les línies de corrent i de les equipotencials fins assolir la correcta ortogonalitat i la formació de quadrats curvilinis. Aquest és un procediment d'aproximacions successives que inclou tant més depressa quan major hagi estat l'aproximació inicial i més experiència tingui el que la dibuixa.

5) Una vegada traçada la xarxa de flux amb un número adequat de línies, pot comprovar-se la correcta execució si al traçar les línies diagonals dels quadrats s'obtenen també corbes suaus formant una nova xarxa ortogonal.

És convenient seguir els passos indicats i no tractar de traçar inicialment un número elevat de línies, ja que d'aquesta forma es complica innecessàriament el procés i pot perdre's de vista la tònica general. No han d'ajustar-se els detalls abans de que la xarxa amb poques línies estigui ajustada. Han d'evitar-se transicions brusques entre porcions rectes i corbes de les línies, els quadrats de cada tub de flux (espai comprès entre dos línies de corrent) han de canviar gradualment de tamany.

El problema del traçat d'una xarxa de flux per sistemes confinats és menor que per sistemes amb superfície lliure, ja que és precís l'establiment d'una hipòtesi de superfície lliure que ha de ser corregida i en general requereix més temps.

Per altra banda, les consideracions sobre la possible simetria del problema poden ajudar a simplificar el traçat de les xarxes de flux.

A.4.1.3 Càlcul dels cabals en una xarxa de flux

Una vegada dibuixada la xarxa de flux és precís donar valors a les línies de la mateixa. En general es coneix la diferència de nivell Δh entre dos punts; si entre els mateixos hi han n+1 línies, comptant les que passen per ells, la variació de nivell entre dos equipotencials successives és:

$$\delta h = \Delta h/n$$

Anomenant a la primera línia zero, les successives seran:

$$\Delta h/n,\ 2\Delta h/n,\ 3\Delta h/n,\ .....\ n\Delta h/n$$

Aquests valors multiplicats per k, permeabilitat, es converteixen en el potencial hidràulic respecte a un dels extrems. Si per un o ambdós punts de potencial conegut no passa per alguna de les equipotencials dibuixades, és precís obtenir el número fraccionari de equipotencials.

Si aquestes equipotencials són tallades per s+1 línies de corrent el cabal que passa entre dos línies de corrent és q/s essent q el cabal total circulant. Anomenant zero a una de les equipotencials extremes, les altres seran:
q/s, 2q/s, 3q/s, ..., q

q expressat en m^3/dia/m de longitud normal al paper o sigui en m^2/dia, que coincideix amb les dimensions de Ψ. Coneixent la permeabilitat, k, i fixat Δh, q està fixat, ja que ha de complir-se l'equació 1 i com és $\Delta n = \Delta s$, $\Delta q = \Delta \Phi$ o bé, $\Delta q = k\delta h$, així que:

$$q = s\ k\ dh$$

A.4.1.4 Càlcul de les pressions en una xarxa de flux

Per mitjà de la xarxa de flux es poden calcular les subpressions. Com es coneix la caiguda de potencial entre dos línies de corrent i el potencial de cada una d'elles respecte a les referències, pot calcular-se amb facilitat la subpressió mitjançant:

$$H = p/\gamma + z$$

i per tant:

$$p = \gamma\ (H - z)$$

On en aquest cas $H = \Phi_{n+1}\ \delta h$, és a dir que H és diferent per cada equipotencial (Φ_{n+1}). A partir de la integració de les Φ_{n+1} equipotencials s'obté l'empenta d'aigua sota una estructura, com per exemple una presa d'aigua.

El procediment pràctic comença amb el dibuix de la xarxa de flux i la numeració de les n+1 equipotencials existents. El valor de zero al sector on el nivell d'aigua és més baix, mentre que el valor n+1 el tindrà la equipotencial situada a l'indret de la recàrrega d'aigua a l'aqüífer.